「計算の限界」≠「私の限界」

東京都立町田高等学校
指導教諭　小原　格

生徒に紹介できそうな、「計算の限界」に関する「3つのトピック」
（電卓は10桁のものを利用）

＜トピック1＞　オーバーフロー・アンダーフロー（コンピュータが扱える数の範囲の限界）

電卓で次の計算をしてみよう。
（1）　1,000,000,000 × 10
（2）　0.000,000,001 ÷ 10

→ 10桁の電卓は10桁分しか計算できない！
［関連項目］　論理回路（半加算回路・全加算回路）、エラーの表示方法　など

Excelで次の数をセルに入力してみよう。
（1）　10000000000
（2）　0.0000000001

→ コンピュータでは「浮動小数点表現」が使われる
→　本質的に「誤差」を含む可能性
［関連項目］　IEEE754、変数の種類と精度、負の指数と計算　など

＜トピック2＞　無理数などによる誤差、二進法による誤差（丸め誤差）

（1）電卓で次の計算をしてみよう。
$\sqrt{2} \times \sqrt{2}$
（　2　√　×　＝　）
（2）Excel で次の計算をし、セルの書式を数値にして、小数20桁まで表示させてみよう。
4.3 - 4.2

→ ・無限小数は近似値になるため、誤差を含む場合がある。

・コンピュータは2進法で計算するため、0.1は無限小数となり、誤差が含まれる。

＜トピック3＞　計算上の注意（小数点演算の情報落ち、桁落ち誤差）

電卓で次の計算をしてみよう。
（1）　1,000,000,000 + 0.4 + 0.4 + 0.4
（2）　0.4 + 0.4 + 0.4 + 1,000,000,000

→ 「すごく大きい」数と「すごく小さい」数を加減する時は、計算の順番を工夫する必要性！
［関連項目］　有効桁数

Excelで次の計算をしてみよう。
（1）　sqrt(1000000000000) – sqrt(1000000000000-0.000000000001)
（2）　0.000000000001 / (sqrt(1000000000000) + sqrt(1000000000000-0.000000000001))

→ 絶対値がほぼ一緒の数値の引き算は、できるだけ避ける必要性！
［関連項目］　二次方程式の解の公式、分子の有利化　など

0.1を100回足すプログラムを作成し実行してみよう。

→ 0.1を10倍し、100回足してから10で割るなど、整数化を試みる

＜参考文献＞
「高等学校学習指導要領解説　情報編　平成30年7月」, 文部科学省,
http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2018/07/13/1407073_11.pdf　2018.12.25
「計算と誤差」, 立命館大学「情報処理演習の進め方～環境都市系2006年度」, http://www.ritsumei.ac.jp/se/rv/joen/program06/program2_06.html, 2018.12.25
「コンピュータの誤差」, Security Akademeia,
http://akademeia.info/index.php?%A5%B3%A5%F3%A5%D4%A5%E5%A1%BC%A5%BF%A4%CE%B8%ED%BA%B9#pc80b840, 2018.12.25
「パソコンで数値計算」, http://pc-physics.com/, 2018.12.25